

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle ECD$ 中, $\begin{cases} \angle ACD = \angle ECD, \\ CD = CD, \\ \angle ADC = \angle EDC = 90^\circ, \end{cases}$

所以 $\triangle ACD \cong \triangle ECD$

(ASA), 所以 $AC = EC =$

$a+3, AD = ED$. 因为 $CB =$

$a-1$, 所以 $BE = a+3 -$

$(a-1) = 4$. 因为 $AD =$

ED , 所以 $S_{\triangle ABD} : S_{\triangle ABE} =$

$1 : 2$. 当 $BE \perp AB$ 时, $\triangle ABE$ 面积取得最大

值, 为 $\frac{1}{2} \times 7 \times 4 = 14$, 所以 $\triangle ABD$ 面积的最大

值为 7. 故答案为 7.

13. (1) 三角形具有稳定性

(2) 【解】 CB 的长度是 40 cm. 理由:

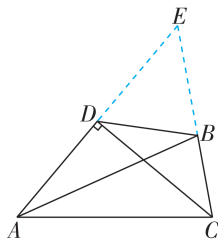
因为 O 是 AB 和 CD 的中点,

所以 $AO = BO, CO = DO$.

在 $\triangle AOD$ 和 $\triangle BOC$ 中, $\begin{cases} AO = BO, \\ \angle AOD = \angle BOC, \\ DO = CO, \end{cases}$

思路分析

延长 AD, CB 交于点 E , 首先利用“ASA”得到 $\triangle ACD \cong \triangle ECD$, 由全等三角形的性质可得 $AC = EC = a+3, AD = ED$, 进而可求得 $BE = 4, S_{\triangle ABD} : S_{\triangle ABE} = 1 : 2$, 确定 $\triangle ABE$ 面积的最大值, 即可得到 $\triangle ABD$ 面积的最大值.



所以 $\triangle AOD \cong \triangle BOC$ (SAS), 所以 $BC = AD$.

又因为 $AD = 40$ cm, 所以 $BC = AD = 40$ cm.

14. 【解】(1) 由题意得, $\angle ABD$ 和 $\angle CBD$ 的大小关系是 $\angle ABD = \angle CBD$, 直线 BC, AE 的位置关系是 $BC \perp AE$. 故答案为 $\angle ABD = \angle CBD, BC \perp AE$.

(2) $\angle DBF = \angle BDF$. 理由如下: 由 (1) 得 $\angle CBD = \angle FBD, AE \perp BC$. 由题意得 $AE \perp DF$, 所以 $DF \parallel BC$, 所以 $\angle CBD = \angle FDB$, 所以 $\angle DBF = \angle BDF$.

(3) $\angle BDC = 103^\circ$.

因为 $\angle ABC = 58^\circ, \angle ACB = 48^\circ$,

所以 $\angle BAC = 180^\circ - \angle ABC - \angle ACB = 74^\circ$.

因为 $\angle ABD = \angle CBD$,

所以 $\angle ABD = \frac{1}{2} \angle ABC = 29^\circ$,

所以 $\angle ADB = 180^\circ - \angle ABD - \angle BAC = 180^\circ - 29^\circ - 74^\circ = 77^\circ$,

所以 $\angle BDC = 180^\circ - 77^\circ = 103^\circ$.

第五章 图形的轴对称

1 轴对称及其性质

刷基础

1. C 【解析】根据轴对称图形的定义可知, C 选项的图案中能找到这样一条直线, 使其沿这条直线折叠后直线两旁的部分能够完全重合. 通过观察可知, A, B, D 选项的图案都不具备这个特点, 故选 C.

2. D 【解析】A 选项, 是轴对称图形, 对称轴的条数为 2, 故此选项不符合题意; B 选项, 是轴对称图形, 对称轴的条数为 2, 故此选项不符合题意; C 选项, 是轴对称图形, 对称轴的条数为 2, 故此选项不符合题意; D 选项, 是轴对称图形, 对称轴的条数为 3, 故此选项符合题意. 故选 D.

3. D 【解析】A、B、C 选项中, 两个字母“E”关于直线 l 成轴对称, 而 D 选项中, 两个字母“E”沿着直线 l 翻折后不能互相重合. 故选 D.

4. 2 【解析】与标号“1”的三角形成轴对称的三角形的标号为“2”和“4”, 共 2 个. 故答案

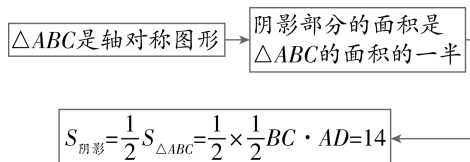
技巧点拨

判断图形是不是轴对称图形时, 可以通过观察这个图形是否有两部分关于某条直线折叠后重合来判断, 若有则是轴对称图形, 否则不是轴对称图形.

为 2.

5. B 【解析】因为直线 MN 是四边形 $AMBN$ 的对称轴, 所以 $AM = BM, AN = BN, \angle ANM = \angle BNM$. 因为点 P 是直线 MN 上的点, 所以 $\angle MAP = \angle MBP$, 但无法推出 $AP = BP$, 故 A、C、D 选项不符合题意, B 选项符合题意.

6. 14 【解析】

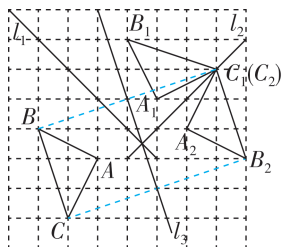


7. 【解】(1) 因为 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 关于直线 MN 对称, $ED = 4$ cm, $FC = 1$ cm, 所以 $BC = ED = 4$ cm, 所以 $BF = BC - FC = 3$ cm.

(2) 因为 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 关于直线 MN 对称, $\angle BAC = 76^\circ, \angle EAC = 58^\circ$, 所以 $\angle EAD = \angle BAC = 76^\circ$, 所以 $\angle CAD = \angle EAD - \angle EAC = 76^\circ - 58^\circ = 18^\circ$.

(3) 因为 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 关于直线 MN 对称, 点 E 和点 C 是对应点, 所以直线 MN 垂直平分线段 EC .

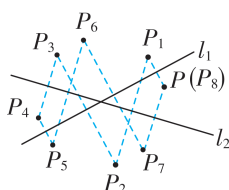
8. 【解】(1) $\triangle A_1B_1C_1$ 如图所示.
 (2) $\triangle A_2B_2C_2$ 如图所示.
 (3) $\triangle A_2B_2C_2$ 与 $\triangle ACB$ 的对称轴 l_3 如图所示.



刷提升

1. C 【解析】先由轴对称的定义,判断每条虚线两侧的图形是否成轴对称,C,D 两项满足,其次,展开后的图形中最左侧的三角形小孔应与题图(3)一致,故选 C.

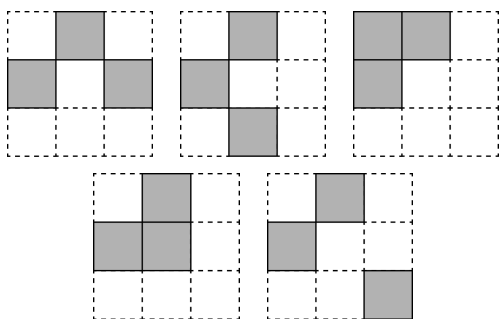
2. A 【解析】如图所示,每对称变换 8 次回到 P 点. 因为 $2\ 024 \div 8 = 253$, $2\ 023 \div 8$ 的结果不是整数, $2\ 021 \div 8$ 的结果不是整数, $2\ 020 \div 8$ 的结果不是整数,所以若点 P_n 与点 P 重合,则 n 的值可以是 2 024. 故选 A.



思路分析
根据题意画出图形,可得出每对称变换 8 次回到 P 点,进而得出符合题意的答案.

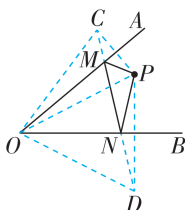
3. 80° 【解析】因为四边形 BEFD 是以 DE 所在直线为对称轴的轴对称图形,四边形 CFDE 是以 FE 所在直线为对称轴的轴对称图形,所以 $\angle EDF = \angle C = 40^\circ$, $\angle BED = \angle DEF = \angle CEF$. 因为 $\angle BED + \angle DEF + \angle CEF = 180^\circ$,所以 $\angle DEF = 60^\circ$,所以 $\angle DFE = 180^\circ - \angle EDF - \angle DEF = 180^\circ - 40^\circ - 60^\circ = 80^\circ$,故答案为 80° .

4. 5 【解析】根据轴对称图形的定义画图如图所示:



共有 5 种画法,故答案为 5.

5. 40° 【解析】如图,作 P 点关于 OA 的对称点 C,作 P 点关于 OB 的对称点 D,连接 CD 交 OA 于点 M,交 OB



于点 N,连接 MP, NP, OP, OC, OD,所以 $MP = CM$, $PN = ND$,所以 $\triangle PMN$ 的周长为 $MP + MN + NP = CM + MN + DN = CD$,此时 $\triangle PMN$ 的周长有最小值. 由对称性可知 $OC = OP = OD$, $\angle OCM = \angle OPM$, $\angle OPN = \angle ODN$. 因为 $\angle MPN = \angle OPM + \angle OPN = 100^\circ$,所以 $\angle OCM + \angle ODN = 100^\circ$,所以 $\angle COD = 80^\circ$. 因为 $\angle COM = \angle MOP$, $\angle PON = \angle NOD$,所以 $\angle MON = \frac{1}{2} \angle COD = 40^\circ$.

刷素养

6. 【解】(1) 由折叠知 $\angle ABC = \angle 1 = 30^\circ$,所以 $\angle A'BD = 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ$.
 (2) 由折叠知 $\angle 2 = \angle DBE = \frac{1}{2} \angle A'BD = 60^\circ$,所以 $\angle CBE = \angle 1 + \angle 2 = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$.
 (3) $\angle CBE$ 的大小不变. 理由:
 因为 $\angle 1 = \frac{1}{2} \angle ABA'$, $\angle 2 = \frac{1}{2} \angle A'BD$,
 $\angle ABA' + \angle A'BD = 180^\circ$,
 所以 $\angle 1 + \angle 2 = \frac{1}{2} \angle ABA' + \frac{1}{2} \angle A'BD = \frac{1}{2} (\angle ABA' + \angle A'BD) = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$.
 即 $\angle CBE = 90^\circ$.
 所以 $\angle CBE$ 的大小不变.

2 简单的轴对称图形

课时 1 等腰三角形的对称性及性质

刷基础

1. D 【解析】等腰三角形是轴对称图形,它的对称轴是顶角的平分线所在的直线. 故选 D.
 2. C 【解析】在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$,所以 $\angle B = \angle C$. 因为 $\angle B = 70^\circ$,所以 $\angle C = 70^\circ$,故选 C.
 3. C 【解析】分两种情况:底角为 70° 和顶角为 70° . 当等腰三角形的顶角为 70° 时,它的底角度数为 $(180^\circ - 70^\circ) \div 2 = 55^\circ$,所以它的底角度数是 55° 或 70° . 故选 C.
 4. 24 【解析】因为 $\angle BDE = 72^\circ$,所以 $\angle ODE = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$. 因为 $OC = CD = DE$,所以 $\angle COD = \angle CDO$, $\angle DCE = \angle DEC$. 设 $\angle COD = x$,则 $\angle CDO = x$,易得 $\angle DCE = 2x$,所以 $\angle DEC = 2x$,所以 $x + 2x + 108^\circ = 180^\circ$,解得 $x = 24^\circ$,即 $\angle AOB = 24^\circ$. 故答案为 24.

关键点拨

已知等腰三角形的一个内角,在未指明是顶角还是底角的情况下,求其余两角度数需分两种情况进行讨论.

5. **C** 【解析】因为 $\angle ADB = \angle ADC$, $\angle ADB + \angle ADC = 180^\circ$, 所以 $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$, 所以 AD 是 $\triangle ABC$ 的高线. 又因为 $AB = AC$, 所以 AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 故 A 选项不符合题意. 因为 $AB = AC$, $BD = CD$, 所以 AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 故 B 选项不符合题意. 根据 $BC = 2AD$, 不能说明 AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 故 C 选项符合题意. 因为 $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD}$, 所以 $BD = CD$, 所以 AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 故 D 选项不符合题意. 故选 C.

6. **31°** 【解析】因为 AD 是 $\triangle ABC$ 的中线, $AB = AC$, 所以 $\angle BAD = \angle CAD$, $\angle B = \angle ACB$. 因为 $\angle BAD = 28^\circ$, 所以 $\angle CAB = 56^\circ$, 所以 $\angle B = \angle ACB = (180^\circ - \angle CAB) \div 2 = 62^\circ$. 因为 CE 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 所以 $\angle ACE = 31^\circ$. 故答案为 31° .

7. **C** 【解析】在等边 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 60^\circ$, D 为 BC 边上的中点, 所以 $\angle DAC = 30^\circ$. 在 $\triangle ADE$ 中, $AD = AE$, 所以 $\angle AED = \angle ADE = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$. 因为 $\angle AED + \angle DEC = 180^\circ$, 所以 $\angle DEC = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$, 故选 C.

8. **15°** 【解析】如图, 记 $\triangle ABC$ 的边 AC 与 l_2 的交点为 D . 因为 $l_1 \parallel l_2$, 所以 $\angle ABD = \angle 2 = 45^\circ$. 因为 $\triangle ABC$ 是等边三角形, 所以 $\angle ABC = 60^\circ$, 所以 $\angle 1 = \angle ABC - \angle ABD = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$, 故答案为 15° .

9. 【解】因为 $\triangle ABC$ 是等边三角形, 所以 $AB = AC$, $\angle BAC = \angle ACB$.

$$\text{在 } \triangle ABP \text{ 和 } \triangle CAQ \text{ 中, } \begin{cases} AB = CA, \\ \angle BAC = \angle ACB, \\ AP = CQ, \end{cases}$$

所以 $\triangle ABP \cong \triangle CAQ$, 所以 $\angle ABP = \angle CAQ$, 所以 $\angle ABP + \angle BAQ = \angle CAQ + \angle BAQ = 60^\circ$, 所以 $\angle AOB = 180^\circ - (\angle ABP + \angle BAQ) = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$, 所以 $\angle BOQ = 180^\circ - \angle AOB = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$.



刷提升

1. **C** 【解析】因为 $AB = AC$, 所以 $\angle B = \angle ACB$. 因为 $\angle B + \angle ACB + \angle A = 180^\circ$, 且 $\angle A = 34^\circ$, 所以 $2\angle ACB + 34^\circ = 180^\circ$, 所以 $\angle B = \angle ACB = 73^\circ$.

思路分析

先根据等腰三角形的性质以及三角形内角和定理, 求出 $\angle CAB = 2\angle BAD = 56^\circ$, $\angle B = \angle ACB = 62^\circ$, 再利用角平分线的定义即可得出 $\angle ACE = 31^\circ$.

关键点拨

本题中已知 $\angle A$ 的度数, 要分 $\angle A$ 是顶角和底角两种情况进行讨论, 以免造成答案的遗漏.

因为将 $\triangle BCD$ 沿直线 CD 折叠, 点 B 的对应点 E 恰好落在边 AC 上, 所以 $\angle CED = \angle B = 73^\circ$, 所以 $\angle BDE = 360^\circ - \angle B - \angle ACB - \angle CED = 360^\circ - 3 \times 73^\circ = 141^\circ$, 所以 $\angle ADE = 180^\circ - \angle BDE = 180^\circ - 141^\circ = 39^\circ$, 故选 C.

2. **B** 【解析】因为 $\triangle ABD$, $\triangle BCE$ 为等边三角形, 所以 $AB = DB$, $\angle ABD = \angle CBE = 60^\circ$, $BE = BC$, 所以 $\angle ABE = \angle DBC$. 在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle DBC$

$$\text{中, } \begin{cases} AB = DB, \\ \angle ABE = \angle DBC, \\ BE = BC, \end{cases} \text{ 所以 } \triangle ABE \cong \triangle DBC$$

(SAS), 所以 $\angle BAE = \angle BDC$. 因为 $\angle BDC + \angle BCD = 180^\circ - \angle DBC = \angle ABD = 60^\circ$, 所以 $\angle BAE + \angle BCD = \angle BDC + \angle BCD = 60^\circ$, 所以 $\angle AMC = 120^\circ$. 故选 B.

3. **D** 【解析】因为 $\triangle ABC$ 是等边三角形, 所以 $\angle ABC = \angle ACB = \angle BAC = 60^\circ$, 所以 $\angle EBD = \angle DCF = 120^\circ$. 因为 $DF = AD$, 所以 $\angle CAD = \angle F$. 又因为 $\angle BAD + \angle CAD = \angle BAC = 60^\circ$, $\angle CDF + \angle F = 180^\circ - \angle DCF = 60^\circ$, 所以 $\angle BAD = \angle CDF$. 因为 $DE = AD$, 所以 $\angle BAD = \angle E$, 所以 $\angle E = \angle CDF$. 在 $\triangle BDE$ 和 $\triangle CFD$

$$\text{中, } \begin{cases} \angle EBD = \angle DCF, \\ \angle E = \angle CDF, \\ DE = FD, \end{cases} \text{ 所以 } \triangle BDE \cong \triangle CFD$$

(AAS), 所以 $BD = CF$, 所以 $\triangle CFD$ 的周长为 $CD + CF + DF = CD + BD + AD = BC + AD$. 因为在点 D 从 B 运动到 C 的过程中, BC 长不变, AD 的长先变小后变大, 其中当点 D 运动到 BC 的中点位置时, AD 最小, 所以在点 D 从 B 运动到 C 的过程中, $\triangle CFD$ 周长的变化规律是先变小后变大, 故选 D.

4. $\frac{8}{5}$ 或 $\frac{1}{4}$ 【解析】①当 $\angle A$ 为顶角时, 等腰三

角形两底角的度数为 $\frac{180^\circ - 80^\circ}{2} = 50^\circ$, 所以特

征值 $k = \frac{80^\circ}{50^\circ} = \frac{8}{5}$; ②当 $\angle A$ 为底角时, 顶角的度数为 $180^\circ - 80^\circ - 80^\circ = 20^\circ$, 所以特征值 $k = \frac{20^\circ}{80^\circ} = \frac{1}{4}$. 综上所述, 特征值 k 为 $\frac{8}{5}$ 或 $\frac{1}{4}$.

5. 【解】(1) ①因为 $EA = EC$, 所以 $\angle EAC = \angle C$. 因为 $BA = BD$, 所以 $\angle BAD = \angle BDA = \frac{1}{2}(180^\circ -$

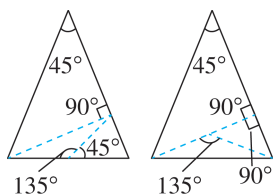
$\angle B) = \frac{1}{2}(180^\circ - 45^\circ) = 67.5^\circ$. 因为 $\angle BAE = 90^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, 所以 $\angle AEB = 45^\circ$, $\angle DAE = 90^\circ - 67.5^\circ = 22.5^\circ$. 易得 $\angle AEB = \angle EAC + \angle C$, 所以 $\angle EAC = \angle C = 22.5^\circ$, 所以 $\angle DAC = \angle DAE + \angle CAE = 45^\circ$.

②因为 $EA = EC$, 所以 $\angle EAC = \angle C$. 因为 $\angle B = \alpha$, $\angle BAE = 90^\circ$, 所以 $\angle AEB = 90^\circ - \alpha$. 易得 $\angle AEB = \angle EAC + \angle C$, 所以 $\angle CAE = \frac{1}{2}(90^\circ - \alpha) = 45^\circ - \frac{1}{2}\alpha$. 因为 $BA = BD$, 所以 $\angle BAD = \angle BDA$. 因为 $\angle BAE = 90^\circ$, 所以 $\angle B = 90^\circ - \angle AED = 90^\circ - 2\angle C$, 所以 $\angle BAD = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle B) = \frac{1}{2}[180^\circ - (90^\circ - 2\angle C)] = 45^\circ + \angle C$, 所以 $\angle DAE = 90^\circ - \angle BAD = 90^\circ - (45^\circ + \angle C) = 45^\circ - \angle C$, 所以 $\angle DAC = \angle DAE + \angle CAE = 45^\circ - \angle C + \angle C = 45^\circ$. 故答案为 $45^\circ - \frac{1}{2}\alpha, 45^\circ$.

(2) $\angle DAC = \frac{1}{2}n^\circ$. 设 $\angle ABC = m^\circ$, 则 $\angle BAD = \frac{1}{2}(180^\circ - m^\circ) = 90^\circ - \frac{1}{2}m^\circ$, $\angle AEB = 180^\circ - n^\circ - m^\circ$, 所以 $\angle DAE = n^\circ - \angle BAD = n^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2}m^\circ$. 因为 $EA = EC$, 所以 $\angle CAE = \angle C$, 易得 $\angle AEB = \angle EAC + \angle C$, 所以 $\angle CAE = \frac{1}{2}\angle AEB = 90^\circ - \frac{1}{2}n^\circ - \frac{1}{2}m^\circ$, 所以 $\angle DAC = \angle DAE + \angle CAE = n^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2}m^\circ + 90^\circ - \frac{1}{2}n^\circ - \frac{1}{2}m^\circ = \frac{1}{2}n^\circ$.

刷素养

6. 【解】(1) 如图(1)所示. (作法不唯一)



图(1)

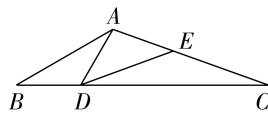
(2) ①如图(2)和图(3).

关键点拨

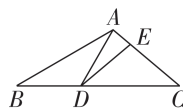
(2) 设 $\angle ABC = m^\circ$, 根据三角形的内角和定理和等腰三角形的性质即可得到结论.

思路分析

(1) 看到 45° 自然想到等腰直角三角形, 过底角一顶点作对边的高, 发现形成一个等腰直角三角形和直角三角形. 第一种情形, 作直角三角形斜边上的中线可形成两个等腰三角形. 第二种情形可以考虑题中给出的方法, 将右侧底角分为 45° 和 22.5° , 即可得到另外两个等腰三角形.



图(2)



图(3)

②当 $AD = AE$ 时, 如图(2).

因为 $AE = AD$, $BD = AD$, $ED = EC$, 所以 $\angle DAB = \angle B$, $\angle ADE = \angle AED$, $\angle EDC = \angle C$, 所以 $\angle ADC = 180^\circ - \angle ADB = 180^\circ - (180^\circ - \angle B - \angle DAB) = 2\angle B = 60^\circ$, 同理得 $\angle ADE = \angle AED = 2\angle C$, 所以 $\angle ADC = 2\angle C + \angle EDC = 3\angle C = 60^\circ$, 所以 $\angle C = 20^\circ$.

当 $AD = DE$ 时, 如图(3).

因为 $DE = AD$, $BD = AD$, $ED = EC$, 所以 $\angle DAB = \angle B$, $\angle DAE = \angle AED$, $\angle EDC = \angle C$, 所以 $\angle ADC = 180^\circ - \angle ADB = 180^\circ - (180^\circ - \angle B - \angle DAB) = 2\angle B = 60^\circ$, 同理得 $\angle AED = 2\angle C$.

因为 $\angle ADC = \angle ADE + \angle EDC = \angle ADE + \angle C = 180^\circ - 2\angle AED + \angle C = 180^\circ - 4\angle C + \angle C = 180^\circ - 3\angle C$, 即 $180^\circ - 3\angle C = 60^\circ$, 所以 $\angle C = 40^\circ$.

综上所述, $\angle C$ 的度数为 20° 或 40° .

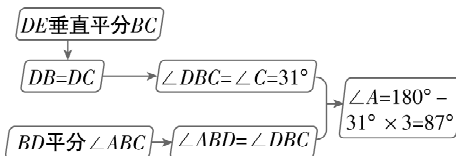
课时2 线段的对称性及垂直平分线



刷基础

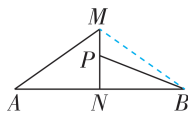
1. B 【解析】任意一条线段有两条对称轴, 一条是这条线段的垂直平分线, 一条是这条线段本身所在的直线. 线段的垂直平分线是一条直线, 垂足是这条线段的中点, 所以①②正确, 故选 B.

2. C 【解析】



3. A 【解析】如图, 连接 BM .

因为 MN 垂直平分 AB , $AM = 4$, 所以 $AM = BM = 4$. 因为 $\angle BPM > \angle BMP$, 所以 $BP < BM$, 所以 $BP < 4$, 所以 BP 的长可能为 3, 故选 A.



4. 15 【解析】因为 BD 垂直平分线段 AG , 所以 $BA = BG = BF + FG = 1 + 3 = 4$. 因为 CE 垂直平分

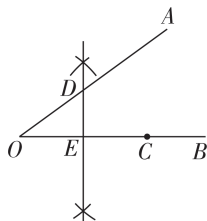
线段 AF , 所以 $CA = CF = CG + FG = 2 + 3 = 5$, 所以 $\triangle ABC$ 的周长为 $AB + AC + BC = 4 + 5 + 6 = 15$. 故答案为 15.

5. 【解】(1) 因为 AN 垂直平分 BC , 所以 $AB = AC$. 又因为 $AB = AD$, 所以 $AC = AD$, 即 $\triangle ACD$ 是等腰三角形. 因为点 M 是 CD 中点, 所以 $AM \perp CD$, 所以 AM 是线段 CD 的垂直平分线.
- (2) 因为 $AB = AC = AD$, $AN \perp BC$, $AM \perp CD$, 所以 $\angle BAN = \angle CAN$, $\angle DAM = \angle CAM$. 因为 $\angle CAN + \angle CAM = \angle MAN = 70^\circ$, 所以 $\angle BAN + \angle DAM = \angle CAN + \angle CAM = 70^\circ$, 所以 $\angle BAD = 140^\circ$.

6. D 【解析】因为点 D 是 AC 的中点, 所以 $AC = 2AD = 4$. 由题意得 ED 是 AC 的垂直平分线, 所以 $EA = EC$. 因为 $\triangle ABE$ 的周长为 12, 所以 $AB + BE + AE = 12$, 所以 $AB + BE + EC = 12$, 所以 $AB + BC = 12$, 所以 $\triangle ABC$ 的周长为 $AB + BC + AC = 12 + 4 = 16$. 故选 D.

7. A 【解析】要使点 P 到点 A 、点 B 的距离相等, 需作边 AB 的垂直平分线, 所以 A 选项符合题意. 故选 A.

8. 【解】如图所示, 直线 DE 即为所求.



刷提升

1. C 【解析】因为 $PA + PB = BC$, 而 $PC + PB = BC$, 所以 $PA = PC$, 所以点 P 为边 AC 的垂直平分线与 BC 的交点. 故选 C.
2. C 【解析】连接 CE . 因为线段 AB, DE 的垂直平分线交于点 C , 所以 $CA = CB, CE = CD$. 因为 $\angle ABC = \angle EDC = 72^\circ$, 所以 $\angle DEC = \angle BAC = 72^\circ$, 所以 $\angle ACB = \angle ECD = 36^\circ$, 所以 $\angle ACE = \angle BCD$.

$$\text{在 } \triangle ACE \text{ 和 } \triangle BCD \text{ 中, } \begin{cases} CA = CB, \\ \angle ACE = \angle BCD, \\ CE = CD, \end{cases}$$

所以 $\triangle ACE \cong \triangle BCD$ (SAS),
所以 $\angle AEC = \angle BDC$.

思路分析

连接 AM, AD , 根据 EF 是线段 AC 的垂直平分线可知, $AM = MC$, 故 AD 的长为 $CM + MD$ 的最小值, 由此即可得出结论.

思路分析

(2) ①根据线段垂直平分线的性质得 $AE = EC, ED = EB$, 则 $\angle AED = \angle CED = \angle BEC$, 再根据平角的定义, 可得答案; ②利用 AAS 得到 $\triangle ACE \cong \triangle ABF$, 可得 $AC = AB$, 由 $AE = AF$, 进而得到结论.

设 $\angle AEC = \angle BDC = \alpha$, 则 $\angle BDE = 72^\circ - \alpha$, $\angle CEB = 92^\circ - \alpha$, 所以 $\angle BED = \angle DEC - \angle CEB = 72^\circ - (92^\circ - \alpha) = \alpha - 20^\circ$, 所以 $\angle EBD = 180^\circ - (72^\circ - \alpha) - (\alpha - 20^\circ) = 128^\circ$, 故选 C.

3. 9° 【解析】连接 AD . 因为点 D 为线段 AB 与线段 BC 的垂直平分线的交点, 所以 $DA = DB$, $DB = DC$, 所以 $\angle DAB = \angle ABD = 44^\circ$, $DA = DC$, 所以 $\angle DCA = \angle DAC = \angle DAB - \angle CAB = 9^\circ$.

4. 15 【解析】连接 AM, AD . 因为 $\triangle ABC$ 是等腰三角形, 点 D 是 BC 边的中点, 所以 $CD = \frac{1}{2}BC = 3$, $AD \perp BC$, 所以 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AD = \frac{1}{2} \times 6 \times AD = 36$, 所以 $AD = 12$. 因为 EF 是线段 AC 的垂直平分线, 所以 $AM = MC$, 所以 $CM + MD = AM + MD \geq AD = 12$, 所以 $CM + MD$ 的最小值为 12, 所以 $\triangle CDM$ 周长的最小值为 $12 + 3 = 15$. 故答案为 15.

5. 【解】(1) 因为 $BC = CD, CE \perp BD$, 所以 CE 垂直平分 BD , 所以 $ED = EB$, 所以 $\angle EDB = \angle EBD$. 因为 $DC \parallel BE$, 所以 $\angle CDB = \angle EBD$, 所以 $\angle CDB = \angle EDB$, 所以 DB 平分 $\angle CDE$.

(2) ①因为 DE 垂直平分线段 AC , 所以 $AE = EC, DE \perp AC$, 所以 $\angle AED = \angle CED$. 因为 CE 垂直平分线段 DB , 所以 $DE = BE$, 所以 $\angle DEC = \angle BEC$, 所以 $\angle AED = \angle CED = \angle BEC$. 又因为 $\angle AED + \angle CED + \angle BEC = 180^\circ$, 所以 $\angle CED = \frac{1}{3} \times 180^\circ = 60^\circ$.

②由①得 $AE = EC, \angle AEC = \angle AED + \angle DEC = 120^\circ$, 所以 $\angle ACE = 30^\circ$. 同理可得, 在等腰 $\triangle DEB$ 中, $\angle EBD = 30^\circ$, 所以 $\angle ACE = \angle ABF = 30^\circ$. 在 $\triangle ACE$ 与 $\triangle ABF$ 中, $\begin{cases} \angle ACE = \angle ABF, \\ \angle CAE = \angle BAF, \\ AE = AF, \end{cases}$ 所以 $\triangle ACE \cong \triangle ABF$ (AAS), 所以 $AC = AB$. 又因为 $AE = AF$, 所以 $AB - AE = AC - AF$, 即 $BE = CF$.

刷素养

6. 【解】(1) 如图(1), 连接 BQ . 因为 BC 垂直平分 OQ , 所以 $BO = BQ$,

所以 $\angle BOQ = \angle BQO$.

因为 OF 平分 $\angle MON$,

所以 $\angle AOB = \angle BOQ$,

所以 $\angle AOB = \angle BQO$.

又因为 $OA = PQ$,

所以 $\triangle AOB \cong \triangle PQB$ (SAS),

所以 $AB = PB$, 故答案为 $AB = PB$.

(2) 存在. 如图(2), 连接 BQ .

因为 BC 垂直平分 OQ , 所以 $BO = BQ$,

所以 $\angle BOQ = \angle BQO$.

因为 OF 平分 $\angle MON$, $\angle BOQ = \angle FON$,

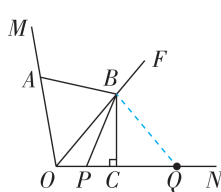
所以 $\angle AOF = \angle FON = \angle BQC$,

所以 $\angle BQP = \angle AOB$.

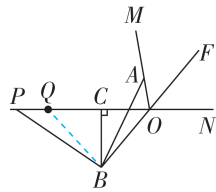
又因为 $OA = PQ$,

所以 $\triangle AOB \cong \triangle PQB$ (SAS),

所以 $AB = PB$.



图(1)



图(2)

课时3 角的对称性及角平分线的性质

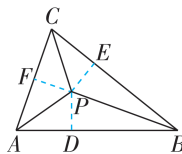
刷基础

1. **A** 【解析】对称轴是直线, 角平分线是射线, 所以选项 A 错误. 故选 A.

2. **C** 【解析】因为点 P 是 $\angle BAC$ 的平分线 AD 上的一点, $PE \perp AC$ 于点 E , $PE = 5$, 所以当 $PF \perp AB$ 时, PF 长有最小值, 此时 $PF = PE = 5$. 故选 C.

3. **D** 【解析】因为 $\angle AOB = 40^\circ$, $MA \perp OA$, $MB \perp OB$, 所以 $\angle AMB = 140^\circ$. 因为 OM 平分 $\angle AOB$, $MA \perp OA$, $MB \perp OB$, 所以 $MB = MA$, 所以 $\angle MAB = \angle MBA = 20^\circ$, 故选 D.

4. **B** 【解析】过点 P 作 $PD \perp AB$ 于 D , $PE \perp BC$ 于 E , $PF \perp AC$ 于 F , 如图. 因为 $\angle CAB$ 和 $\angle CBA$ 的平分线交于点 P , 所以 $PD = PF$, $PD = PE$, 所以 $PD = PE = PF$. 设 $PD = PE = PF = h$. 因为 $S_{\triangle PAB} = \frac{1}{2}PD \cdot AB = \frac{1}{2}h \cdot AB$, $S_{\triangle PBC} = \frac{1}{2}PE \cdot BC =$



关键点拨

连接 BQ , 根据 SAS 得到 $\triangle AOB \cong \triangle PQB$, 即可解决问题.

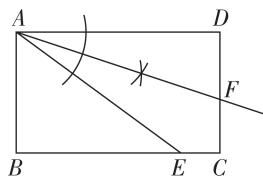
$\frac{1}{2}h \cdot BC$, $S_{\triangle PAC} = \frac{1}{2}PF \cdot AC = \frac{1}{2}h \cdot AC$, $AB : BC : AC = 3 : 3 : 2$, 所以 $S_{\triangle PAB} : S_{\triangle PBC} : S_{\triangle PAC} = AB : BC : AC = 3 : 3 : 2$. 故选 B.

5. **12** 【解析】过 D 作 $DE \perp AB$ 于 E . 因为 AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, $\angle C = 90^\circ$, $DC = 3$, 所以 $DE = CD = 3$. 因为 $AB = 8$, 所以 $\triangle ABD$ 的面积是 $\frac{1}{2}AB \cdot DE = \frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12$. 故答案为 12.

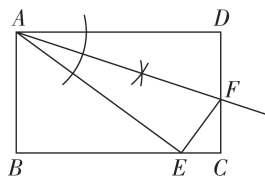
6. 【解】因为 $\angle ABC = 2\angle C$, BD 平分 $\angle ABC$, 所以 $\angle C = \frac{1}{2}\angle ABC$, $\angle CBD = \frac{1}{2}\angle ABC$, 所以 $\angle CBD = \angle C$. 在 $\triangle DBF$ 和 $\triangle DCF$ 中, $\begin{cases} \angle CBD = \angle C, \\ \angle DFB = \angle DFC = 90^\circ, \\ DF = DF, \end{cases}$ 所以 $\triangle DBF \cong \triangle DCF$ (AAS), 所以 $BD = CD = 5$. 因为 BD 平分 $\angle ABC$, $DE \perp AB$, $DF \perp BC$, 所以 $DE = DF = 3$, 所以 $\triangle DFC$ 的周长为 $DF + CD + CF = 3 + 5 + 4 = 12$.

7. **B** 【解析】以 B 为圆心, a 为半径画弧时, a 必须大于 0; 分别以 D, E 为圆心, b 为半径画弧时, b 必须大于 $\frac{1}{2}DE$ 的长, 否则没有交点. 故选 B.

8. 【解】(1) 如图(1)所示, 射线 AF 即为所求.



图(1)



图(2)

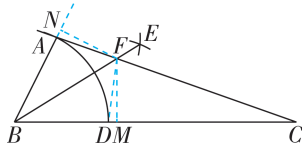
(2) 如图(2)所示.

因为 AF 平分 $\angle DAE$, 所以 $\angle EAF = \angle DAF$. 因为 $AE = AD$, $AF = AF$, 所以 $\triangle AEF \cong \triangle ADF$ (SAS), 所以 $EF = DF$.



刷提升

1. **B** 【解析】如图, 过点 F 作 $FM \perp BC$ 于 M , $FN \perp BA$ 交 BA 的延长线于 N , 连接 DF .



由作图可知 BE 平分 $\angle ABC$, 所以 $\angle ABF = \angle DBF$.

因为 $BA = BD$, $BF = BF$, 所以 $\triangle ABF \cong \triangle DBF$.

(SAS), 所以 $\angle BAF = \angle BDF$, $\angle AFB = \angle DFB$.

因为 $FM \perp BC$, $FN \perp BA$, 所以 $FM = FN$,

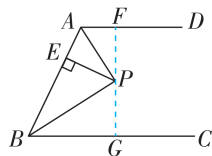
$$\text{所以 } \frac{S_{\triangle BCF}}{S_{\triangle ABF}} = \frac{\frac{1}{2}BC \cdot FM}{\frac{1}{2}AB \cdot FN} = \frac{FC}{AF}, \text{ 所以 } \frac{FC}{AF} = \frac{BC}{AB} = 3,$$

所以 $FC = 3AF$.

因为 $AB = DB = 3$, $BC = 9$, 所以 $CD = 9 - 3 = 6$.

因为 $\angle BAF = 2\angle AFB = \angle AFD$, 所以 $\angle AFD = \angle BDF$, 所以 $\angle CFD = \angle CDF$, 所以 $CF = CD = 6$, 所以 $AF = 2$. 故选 B.

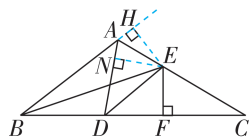
2. C 【解析】如图, 作 $PF \perp AD$ 于 F , $PG \perp BC$ 于 G , 则 F, G, P 共线. 因为 AP 是 $\angle BAD$ 的平分线, $PF \perp AD$, $PE \perp AB$, 所以 $PF = PE = 3$. 因为 BP 是 $\angle ABC$ 的平分线, $PE \perp AB$, $PG \perp BC$, 所以 $PG = PE = 3$, 所以两平行线 AD 与 BC 间的距离为 $PF + PG = 6$.



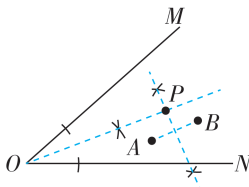
利用角平分线解决问题时, 过角平分线上的点向两边作垂线段是常见的作辅助线的方法.

3. 84 【解析】因为 $\angle ADB = 100^\circ$, 所以 $\angle ADC = 180^\circ - \angle ADB = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$. 因为 $EF \perp BC$, 所以 $\angle EFD = 90^\circ$. 因为 $\angle DEF = 50^\circ$, 所以 $\angle EDF = 180^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$, 所以 $\angle ADE = 80^\circ - \angle EDF = 80^\circ - 40^\circ = 40^\circ$, 所以 DE 平分 $\angle ADC$. 过 E 作 $EN \perp AD$ 于 N , 作 $EH \perp BA$ 交 BA 的延长线于 H , 如图所示. 因为 BE 平分 $\angle ABC$, $EH \perp BA$, $EF \perp BC$, 所以 $EH = EF$. 因为 DE 平分 $\angle ADC$, $EN \perp AD$, $EF \perp BC$, 所以 $EF = EN$, 所以 $EF = EN = EH$. 因为 $AB = 16$ cm, $\triangle ABE$ 的面积是 48 cm^2 , 且 $S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} \times EH \times AB$, 所以 $48 = \frac{1}{2} \times EH \times 16$, 所以 $EH = 6$ cm, 即 $EF = EN = 6$ cm. 因为 $AD + CD = 28$ cm, 且 $S_{\triangle ADC} = S_{\triangle ADE} + S_{\triangle CDE}$, 所以 $S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} \times EN \times AD + \frac{1}{2} \times DC \times EF = \frac{1}{2} \times EF \times (AD + DC) = \frac{1}{2} \times 6 \times 28 = 84$ (cm^2). 故答案为 84.

由角平分线的性质得到 $EF = EN = EH$ 是解题关键.



4. 【解】如图, 点 P 为抓捕点.



刷素养

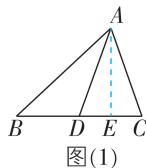
5. 【解】(1) 如图(1), 过 A 作 $AE \perp BC$ 于 E .

因为点 D 是 BC 边上的中点,

所以 $BD = DC$,

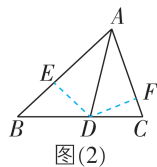
$$\text{所以 } S_{\triangle ABD} : S_{\triangle ACD} = \left(\frac{1}{2}BD \times AE \right) : \left(\frac{1}{2}CD \times AE \right) = 1 : 1.$$

故答案为 $1 : 1$.



图(1)

(2) 如图(2), 过 D 作 $DE \perp AB$ 于 E , $DF \perp AC$ 于 F .



图(2)

因为 AD 为 $\angle BAC$ 的平分线, 所以 $DE = DF$.

因为 $AB = m$, $AC = n$,

$$\text{所以 } S_{\triangle ABD} : S_{\triangle ACD} = \left(\frac{1}{2}AB \times DE \right) : \left(\frac{1}{2}AC \times DF \right) = m : n.$$

(3) 因为 $AD = DE$,

所以由(1)知 $S_{\triangle ABD} : S_{\triangle EBD} = 1 : 1$.

因为 $S_{\triangle BDE} = 6$, 所以 $S_{\triangle ABD} = 6$.

因为 $AC = 2$, $AB = 4$, AD 平分 $\angle CAB$,

所以由(2)知, $S_{\triangle ABD} : S_{\triangle ACD} = AB : AC = 4 : 2 = 2 : 1$,

所以 $S_{\triangle ACD} = 3$, 所以 $S_{\triangle ABC} = 3 + 6 = 9$.

故答案为 9.

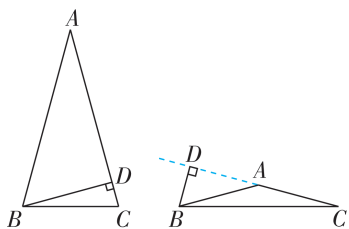
重难专题7 与等腰三角形相关的分类讨论

刷难关

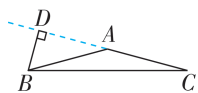
1. C 【解析】分情况考虑:当4 cm是腰长时,则底边长是 $11-2\times 4=3$ (cm),长为4 cm,4 cm,3 cm的线段能组成三角形.当4 cm是底边长时,腰长是 $(11-4)\times \frac{1}{2}=3.5$ (cm),长为4 cm,3.5 cm,3.5 cm的线段能组成三角形.故选C.

2. 72° 或 45° 【解析】设这个三角形的底角的度数为 x .由题意分以下两种情况:①这个三角形的三个角的度数分别为 $x, x, \frac{x}{2}$,由三角形的内角和定理得 $x+x+\frac{x}{2}=180^\circ$,解得 $x=72^\circ$;②这个三角形的三个角的度数分别为 $x, x, 2x$,由三角形的内角和定理得 $x+x+2x=180^\circ$,解得 $x=45^\circ$,故答案为 72° 或 45° .

3. C 【解析】由题意得在等腰 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, BD 为腰 AC 上的高, $\angle ABD=60^\circ$.当 BD 在 $\triangle ABC$ 内部时,如图(1).因为 $BD\perp AC$,所以 $\angle ADB=90^\circ$,所以 $\angle BAD=90^\circ-60^\circ=30^\circ$.因为 $AB=AC$,所以 $\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}(180^\circ-30^\circ)=75^\circ$.当 BD 在 $\triangle ABC$ 外部时,如图(2).因为 $BD\perp AC$,所以 $\angle ADB=90^\circ$,所以 $\angle BAD=90^\circ-60^\circ=30^\circ$.因为 $AB=AC$,所以 $\angle ABC=\angle ACB$.因为 $\angle BAD=180^\circ-\angle BAC=\angle ABC+\angle ACB$,所以 $\angle ACB=\frac{1}{2}\angle BAD=15^\circ$.综上所述,这个等腰三角形底角的度数为 75° 或 15° .故选C.



图(1)



图(2)

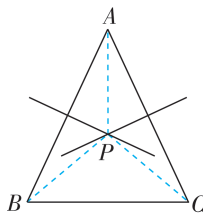
4. C 【解析】分两种情况:当点 P 在 $\triangle ABC$ 内

▶**关键点拨**
没有明确等腰三角形中腰和底边的题目一定要考虑两种情况,进行分类讨论,还应验证各种情况是否能组成三角形.

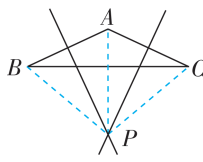
▶**易错警示**
设等腰三角形的腰长是 x cm,根据周长的其中一部分比另一部分长5 cm列方程求解即可,注意分类讨论,并验证能否组成三角形.

▶**关键点拨**
注意分两种情况讨论:①当 BD 在 $\triangle ABC$ 内部时;②当 BD 在 $\triangle ABC$ 外部时.

部时,如图(1),连接 AP, BP, PC .因为 AB 和 AC 的垂直平分线交于点 P ,所以 $PA=PB=PC$,所以 $\angle BAP=\angle ABP, \angle PBC=\angle PCB, \angle PAC=\angle ACP$.因为 $\angle BPC=100^\circ$,所以 $\angle PBC+\angle PCB=180^\circ-\angle BPC=80^\circ$.因为 $\angle BAC+\angle ABC+\angle ACB=180^\circ$,所以 $\angle ABP+\angle BAP+\angle ACP+\angle CAP=180^\circ-(\angle PBC+\angle PCB)=100^\circ$,所以 $2\angle BAP+2\angle CAP=100^\circ$,所以 $\angle BAP+\angle CAP=50^\circ$,所以 $\angle BAC=50^\circ$.当点 P 在 $\triangle ABC$ 外部时,如图(2),连接 AP, BP, PC .因为 AB 和 AC 的垂直平分线交于点 P ,所以 $PA=PB=PC$,所以 $\angle BAP=\angle ABP, \angle PAC=\angle ACP$.因为 $\angle BPC=100^\circ$,所以 $\angle ABP+\angle BAP+\angle CAP+\angle ACP=360^\circ-\angle BPC=260^\circ$,所以 $2\angle BAP+2\angle CAP=260^\circ$,所以 $\angle BAP+\angle CAP=130^\circ$,所以 $\angle BAC=130^\circ$.综上所述,等腰三角形的顶角为 50° 或 130° .故选C.

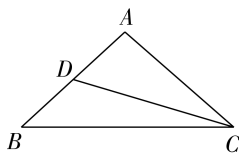


图(1)



图(2)

5. 15 【解析】如图,设等腰 $\triangle ABC$ 的腰长 $AB=AC=x$ cm.当 $AD+AC-(BD+BC)=5$ 时, $\frac{1}{2}x+x-\left(\frac{1}{2}x+10\right)=5$,解得 $x=15$.长为15,15,10的线段能够组成三角形.当 $BC+BD-(AD+AC)=5$ 时, $10+\frac{1}{2}x-\left(\frac{1}{2}x+x\right)=5$,解得 $x=5$.长为5,5,10的线段不能组成三角形.故这个三角形的腰长为15 cm.故答案为15.

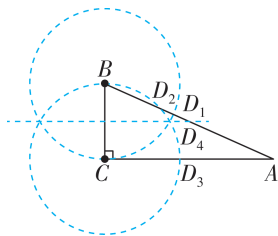


6. C 【解析】因为 $\triangle ABC$ 是一个等腰三角形, $BC=14$ cm, $AB=12$ cm,所以当 $AC=BC=$

14 cm 时, 周长为 $12 + 14 + 14 = 40$ (cm); 当 $AC = AB = 12$ cm 时, 周长为 $12 + 12 + 14 = 38$ (cm). 综上所述, $\triangle ABC$ 的周长为 38 cm 或 40 cm. 故选 C.

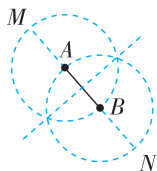
7. 130 或 100 或 160 【解析】由旋转的性质得 $BD = AB = BC$. 因为 $\triangle ADC$ 为等腰三角形, 所以分三种情况: ①当 $DA = DC$ 时, 易得 $\triangle ABD \cong \triangle CBD$, 所以 $\angle ABD = \angle CBD = \frac{1}{2}(360^\circ - \angle ABC) = 130^\circ$, 所以 $m = 130$; ②当 $AD = AC$ 时, 易得 $\triangle ABD \cong \triangle ABC$, 所以 $\angle ABD = \angle ABC = 100^\circ$, 所以 $m = 100$; ③当 $CA = CD$ 时, 易得 $\triangle CBA \cong \triangle CBD$, 所以 $\angle CBD = \angle ABC = 100^\circ$, 所以 $\angle ABD = 360^\circ - 100^\circ - 100^\circ = 160^\circ$, 所以 $m = 160$. 综上所述, m 所有可能的取值为 130 或 100 或 160. 故答案为 130 或 100 或 160.

8. C 【解析】如图, ①以 BC 为腰时, 以 B 为圆心、 BC 长为半径画圆, 与 AB 有一个交点 D_1 ; 以 C 为圆心、 BC 长为半径画圆, 与 AB 有一个交点, 与 AC 有一个交点, 分别为 D_2, D_3 . ②以 BC 为底时, 作 BC 的垂直平分线, 与 AB 有一个交点 D_4 . 综上可知, 点 D 的位置有 4 个, 故选 C.



刷有所得 | 两圆一中垂构造等腰三角形

如图, 已知线段 AB , 在平面内找一点 C , 使得 $\triangle ABC$ 为等腰三角形.



- ①当 $AB = AC$ 时, 点 C 在以点 A 为圆心, AB 长为半径的圆上 (不与点 B, M 重合);
- ②当 $AB = BC$ 时, 点 C 在以点 B 为圆心, AB 长为半径的圆上 (不与点 A, N 重合);
- ③当 $AC = BC$ 时, 点 C 在线段 AB 的垂直平分线上 (不在线段 AB 上).

思路分析

分 $AB = BD$, $AB = AD$, $AD = BD$ 三种情况讨论, 先求出 $\angle ADB$, 再求出 $\angle BDC$, 然后根据等腰三角形的性质列式计算即可.

思路分析

分三种情况讨论: ①当 $DA = DC$ 时; ②当 $AD = AC$ 时; ③当 $CA = CD$ 时, 分别求出 m 的值即可.

9. 25° 或 40° 【解析】由题意知 $\triangle ABD$ 与 $\triangle DBC$ 均为等腰三角形, 对于 $\triangle ABD$ 可能有 ① $AB = BD$, 此时 $\angle ADB = \angle A = 80^\circ$, 所以 $\angle BDC = 180^\circ - \angle ADB = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$, 所以 $\angle C = \frac{1}{2}(180^\circ - 100^\circ) = 40^\circ$; ② $AB = AD$, 此时 $\angle ADB = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A) = \frac{1}{2}(180^\circ - 80^\circ) = 50^\circ$, 所以 $\angle BDC = 180^\circ - \angle ADB = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$, 所以 $\angle C = \frac{1}{2}(180^\circ - 130^\circ) = 25^\circ$; ③ $AD = BD$, 此时 $\angle ADB = 180^\circ - 2 \times 80^\circ = 20^\circ$, 所以 $\angle BDC = 180^\circ - \angle ADB = 180^\circ - 20^\circ = 160^\circ$, 所以 $\angle C = \frac{1}{2}(180^\circ - 160^\circ) = 10^\circ$. 此时 $\angle ABC = 90^\circ$, 则 AC 为最长边, 与 BC 为最长边矛盾, 故舍去. 综上所述, $\angle C$ 的度数可以为 25° 或 40° . 故答案为 25° 或 40° .

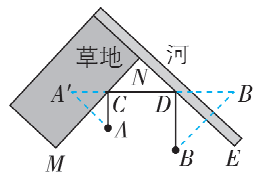
☆ 问题解决策略: 转化



刷提升

【分析问题】 CB' $C'B'$ AB' $AC + CB$ 两点之间, 线段最短

【解决问题】【解】如图. 作点 A 关于 MN 的对称点 A' , 点 B 关于 NE 的对称点 B' , 连接 $A'B'$, 分别交 MN, NE 于点 C, D , 则 $AC - CD - DB$ 即为最短路径.



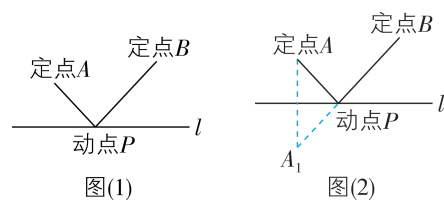
大招专题 4 轴对称——将军饮马



刷难关

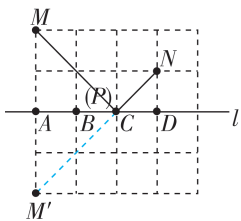
大招解读 | 两定一动

条件: 如图(1), 在直线 l 上找一点 P , 使 $AP + BP$ 的值最小.



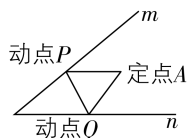
方法: 如图(2), 作点 A 关于 l 的对称点 A_1 , 连接 A_1B , A_1B 与 l 的交点即为点 P , 此时 $AP + BP$ 的最小值为 $A_1P + BP = A_1B$.

1. **C** 【解析】如图,点 M' 是点 M 关于直线 l 的对称点,连接 $M'N$,则 $M'N$ 与直线 l 的交点,即为点 P ,此时 $PM+PN$ 的值最小. 因为 $M'N$ 与直线 l 交于点 C ,所以点 P 应选在点 C . 故选 C.



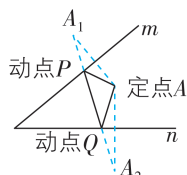
大招解读 | 两动一定 (有去有回)

条件:如图(1),点 A 为定点,点 Q 在直线 n 上运动,点 P 在直线 m 上运动,求 $\triangle PAQ$ 周长的最小值.



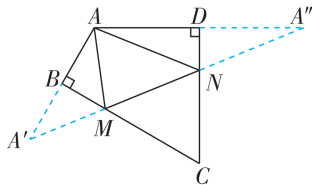
图(1)

方法:如图(2),分别作点 A 关于直线 m, n 的对称点 A_1, A_2 ,连接 A_1A_2 ,与直线 m 的交点即为点 P ,与直线 n 的交点即为点 Q ,此时 $\triangle PAQ$ 的周长有最小值,为 $PA+QA+PQ=PA_1+QA_2+PQ=A_1A_2$.



图(2)

2. **B** 【解析】如图,分别作 A 关于直线 BC 和 CD 的对称点 A', A'' ,连接 $A'A''$,交 BC 于 M ,交 CD 于 N ,则易得 $A'A''$ 的长即为 $\triangle AMN$ 周长的最小值. 因为 $\angle DAB = 120^\circ$,所以 $\angle A' + \angle A'' = 180^\circ - \angle DAB = 60^\circ$. 因为 $\angle A' = \angle MAA'$, $\angle NAD = \angle A''$,且 $\angle A' + \angle MAA' = 180^\circ - \angle AMA' = \angle AMN$, $\angle NAD + \angle A'' = 180^\circ - \angle ANA'' = \angle ANM$,所以 $\angle AMN + \angle ANM = \angle A' + \angle MAA' + \angle NAD + \angle A'' = 2(\angle A' + \angle A'') = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$. 故选 B.



关键点拨

根据轴对称的性质,确定使 $\triangle AMN$ 周长最小的 M, N 的位置是解题的关键.

关键点拨

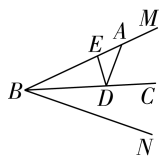
作点 F 关于直线 BD 的对称点 G ,连接 CG ,交 BD 于 E ,作 $CH \perp AB$ 于 H ,可得出 $CE + EF = CG \geq CH$,进一步利用面积公式得出结果.

大招解读 | 两动一定 (有去无回)

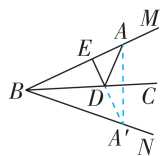
条件:如图(1), BC 是 $\angle MBN$ 的平分线,点 A 是 BM 上的一个定点,点 E, D 分别为 BA, BC 上的两个动点,求 $DA+DE$ 的最小值.

方法1:如图(2),找点 A 关于 BC 的对称点 A' ,实现化“折”为“直”.过点 A' 作 $A'E \perp AB$ 于点 E ,交 BC 于点 D ,则 $A'E$ 的长即为 $DA+DE$ 的最小值;

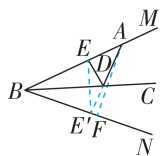
方法2:如图(3),作点 E 关于 BC 的对称点 E' ,连接 AE' ,交 BC 于点 D ,过点 A 作 $AF \perp BN$ 于点 F .由轴对称的性质易得 $DA+DE=AE'$.因为 BC 是 $\angle MBN$ 的平分线,所以点 E' 在 BN 上,所以 $AE' \geq AF$,所以 $DA+DE$ 的最小值为 AF 的长.



图(1)



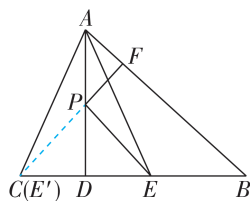
图(2)



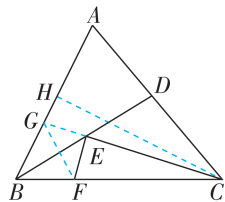
图(3)

3. 24 【解析】作 E 关于 AD 的对称点 E' ,过 E' 作 $E'F \perp AB$ 于 F ,交 AD 于 P ,如图. 因为 E 关于 AD 的对称点为 E' , $AD \perp BC$, $AC = AE$,所以点 E' 与点 C 重合,所以 $PE+PF$ 的最小值即为 $PE'+PF=CF$,所以 $CF=6$. 由三角形的面积公式可知 $\frac{1}{2} \times AB \times CF = \frac{1}{2} \times BC \times AD = \frac{1}{2} \times 18 \times 8$,故

$$AB = \frac{8 \times 18}{6} = 24.$$

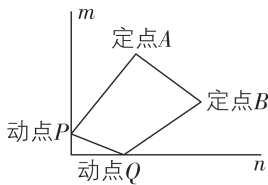


4. **B** 【解析】如图,作点 F 关于直线 BD 的对称点 G ,连接 CG ,交 BD 于 E ,作 $CH \perp AB$ 于 H .由轴对称的性质易得 $CE+EF=CG$.因为 BD 平分 $\angle ABC$,所以点 G 在 AB 上,所以 $CG \geq CH$,所以 $CE+EF$ 的最小值为 CH 的长. 因为 $\frac{1}{2} AB \cdot CH = 18$,所以 $\frac{1}{2} \times 6 \times CH = 18$,所以 $CH=6$,所以 $CE+EF$ 的最小值为 6. 故选 B.



大招解读 | 两定两动

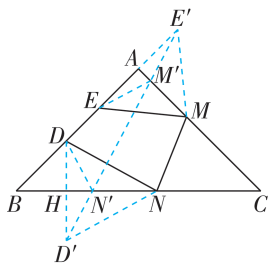
条件:如图,点 A,B 为定点,点 Q 在直线 n 上运动,点 P 在直线 m 上运动,求四边形 $APQB$ 周长的最小值.



方法:作点 A 关于直线 m 的对称点 A_1 ,作点 B 关于直线 n 的对称点 B_1 ,连接 A_1B_1 , A_1B_1 与直线 m 的交点即为点 P ,与直线 n 的交点即为点 Q ,此时四边形 $APQB$ 的周长最小,最小为 $AB+AP+PQ+BQ=AB+A_1P+PQ+B_1Q=AB+A_1B_1$.

5. B 【解析】如图,作点 D 关于直线 BC 的对称点 D' ,作点 E 关于直线 AC 的对称点 E' ,连接

$D'E'$ 分别交 AC,BC 于点 M',N' ,连接 ME',ND',EM',DN' .由轴对称的性质可得 $ME=ME',ND=ND'$,所以四边形 $DEMN$ 的周长为 $DE+ME+MN+ND=DE+ME'+MN+ND'\geq DE+D'E'$.因为 DE 的长固定,所以当点 M 与点 M' 重合,点 N 与点 N' 重合时,四边形 $DEMN$ 的周长最小,此时 $\angle DNM+\angle EMN=\angle DN'M'+\angle EM'N'$.由对称性、三角形内角和及平角的性质可知 $\angle DN'M'=180^\circ-\angle DN'D'= \angle N'DD'+\angle N'D'D=2\angle N'D'D$, $\angle EM'N'=180^\circ-\angle EM'E'= \angle M'EE'+\angle M'E'E=2\angle M'E'E$,所以 $\angle DN'M'+\angle EM'N'=2\angle N'D'D+2\angle M'E'E=2(180^\circ-\angle D'DE')$.设 DD' 与 BC 交于点 H .因为 $AB=AC, \angle BAC=90^\circ$,所以易得 $\angle BDH=45^\circ$,所以 $\angle D'DE'=180^\circ-45^\circ=135^\circ$,所以 $\angle DN'M'+\angle EM'N'=2(180^\circ-135^\circ)=90^\circ$,即当四边形 $DEMN$ 的周长最小时, $\angle DNM+\angle EMN$ 的度数是 90° ,故选B.



能用一条线段表示出三条线段的和的最小值,并确定值最小时点 M,N 的位置是解题的关键.

刷有所得

判断轴对称图形的关键在于是否存在一条直线,使得图形沿着这条直线折叠后,直线两旁的部分能够互相重合,若存在,则该图形是轴对称图形;若不存在,则不是.

大招解读 | 线段差最值问题

1. 在直线 l 上找一点 P ,使 $|PA-PB|$ 最小.

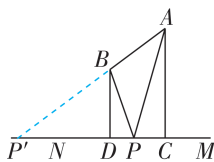
同侧: 	因为绝对值的最小值为0,所以当 $PA=PB$ 时, $ PA-PB $ 最小,所以作线段 AB 的垂直平分线交 l 于点 P ,此时 $PA=PB$
异侧: 	

2. 在直线 l 上找一点 P ,使 $|PA-PB|$ 最大.

同侧: 	因为 $ PA-PB < AB$ (三角形两边之差小于第三边),所以当 A,B,P 三点共线时, $ PA-PB $ 最大
异侧: 	作点 B 关于 l 的对称点 B_1 ,连接 AB_1 并延长交 l 于点 P .此时, $ PA-PB $ 最大,为 AB_1 的长

6. 5 【解析】如图,延长 AB

交 MN 于点 P' .因为 $P'A-P'B=AB, AB\geq |PA-PB|$,所以当点 P 运动到点 P' 的位置时, $|PA-PB|$ 的值最大.因为 $AB=5$,所以 $|PA-PB|$ 的最大值为5.故答案为5.



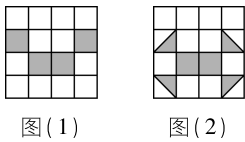
全章综合训练

刷中考

1. A 【解析】B、C、D选项中的图形都不能找到一条直线,使图形沿这条直线折叠,直线两旁的部分能够互相重合,所以不是轴对称图形;A选项中的图形能找到一条直线,使图形沿这条直线折叠,直线两旁的部分能够互相重合,所以是轴对称图形.故选A.

2. 【解】(1)观察可知三个图案都为轴对称图形,三个图案面积都为4个小正方形面积的和.故答案为都是轴对称图形,面积都为4个小

正方形面积的和(答案不唯一).
(2)如图(1)和图(2)所示(答案不唯一).



3. C 【解析】因为 AB 的垂直平分线分别交 AB , BC 于点 D, E , AC 的垂直平分线分别交 AC , BC 于点 F, G , 所以 $EA = EB$, $GA = GC$, 所以 $\triangle AEG$ 的周长为 $EA + EG + GA = EB + EG + GC = BC = 7$, 故选 C.

4. A 【解析】根据角平分线上的点到角两边的距离相等可知, 当点 P 在 $\angle AOB$ 的平分线上时, d_1 与 d_2 一定相等. 故选 A.

5. C 【解析】由作图过程可知, 射线 BD 为 $\angle ABC$ 的平分线, 所以 $\angle ABC = 2\angle CBD$. 因为 $DE \parallel BC$, 所以 $\angle AED = \angle ABC$, $\angle CBD = \angle BDE = 30^\circ$, 所以 $\angle ABC = 60^\circ$, 所以 $\angle AED = 60^\circ$. 故选 C.

6. B 【解析】因为在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 所以 $\angle B = \angle C$. 因为 $\angle BAC = 130^\circ$, 所以 $\angle B = \angle C = \frac{180^\circ - 130^\circ}{2} = 25^\circ$. 因为 $DA \perp AC$, 所以 $\angle DAC = 90^\circ$, 所以 $\angle ADC = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$, 所以 $\angle ADB = 180^\circ - \angle ADC = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$. 故选 B.

7. B 【解析】因为点 D 在 BC 上, 所以 $\angle ADB + \angle ADC = 180^\circ$. 因为 $\angle ADB = \angle ADC$, 所以 $2\angle ADC = 180^\circ$, 所以 $\angle ADC = 90^\circ$, 所以 $AD \perp BC$, 故 A 选项不符合题意. 由 $\angle B = \angle C$ 不能说明 $AD \perp BC$, 故 B 选项符合题意. 因为 $AB = AC$, $BD = CD$, 所以 $AD \perp BC$, 故 C 选项不符合题意. 因为 $AB = AC$, AD 平分 $\angle BAC$, 所以 $AD \perp BC$, 故 D 选项不符合题意. 故选 B.

8. 100 【解析】因为等腰三角形的一个底角为 40° , 所以其顶角为 $180^\circ - 40^\circ \times 2 = 100^\circ$. 故答案为 100.

刷章测

1. C 【解析】选项 A、B、D 中的图形均不能找到一条直线, 使图形沿这条直线折叠, 直线两旁的部分能够完全重合, 所以不是轴对称图形; 选项 C 中的图形能找到一条直线, 使图形沿这条直线折叠, 直线两旁的部分能够完全重

思路分析

连接 BD , 根据等腰直角三角形的性质得到 $\triangle BED \cong \triangle CFD$, 即可得到 $S_{\triangle BED} = S_{\triangle CFD}$, 进而推出 $S_{\text{四边形}BFDE} = S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$.

思路分析

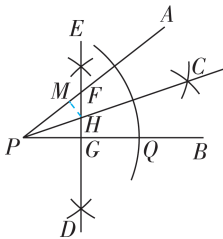
作点 P 关于 OA 的对称点 C , 关于 OB 的对称点 D , 连接 CD , 交 OA 于 E , 交 OB 于 F , 连接 OC, OD , 此时, $\triangle PEF$ 的周长最小, 为 $PE + EF + FP = CD = 5$, 可得到 $\triangle OCD$ 是等边三角形, 进而可求出 α 的度数.

合, 所以是轴对称图形. 故选 C.

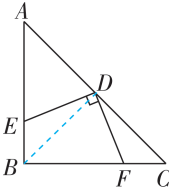
2. B 【解析】根据题中规则, 点 A 从右边通过 3 次对称后跳到对方区域; 点 A 从左边通过 4 次对称后跳到对方区域, 所以跳行的最少步数是 3 步. 故选 B.

3. B 【解析】设底角的度数是 x° , 则顶角的度数为 $(2x + 20)^\circ$. 根据题意得 $x + x + 2x + 20 = 180$, 解得 $x = 40$, 故选 B.

4. A 【解析】由作图痕迹得 PC 平分 $\angle APB$, ED 垂直平分 PQ . 过 H 点作 $HM \perp PA$ 于 M 点, 如图, 所以 $HM = HG$. 因为 $HF > HM$, 所以 $HF > HG$. 故选 A.

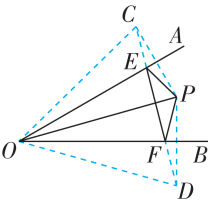


5. B 【解析】如图, 连接 BD . 因为 $\triangle ABC$ 为等腰三角形, $\angle ABC = 90^\circ$, D 是 AC 中点, 所以 $AD = CD$, $AB = BC$, $BD \perp AC$, 所以 $\angle ABD = \angle BAD = \angle CBD = \angle C = 45^\circ$, 所以 $\triangle ADB \cong \triangle BDC$ (ASA), 所以 $BD = AD = CD$. 因为 $\angle EDB + \angle FDB = 90^\circ$, $\angle FDB + \angle CDF = 90^\circ$, 所以 $\angle EDB = \angle CDF$. 在 $\triangle BED$



和 $\triangle CFD$ 中, $\begin{cases} \angle EBD = \angle C, \\ BD = CD, \\ \angle EDB = \angle CDF, \end{cases}$ 所以 $\triangle BED \cong \triangle CFD$ (ASA), 所以 $S_{\triangle BED} = S_{\triangle CFD}$, 所以 $S_{\text{四边形}BFDE} = S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 16$. 故选 B.

6. A 【解析】如图, 作点 P 关于 OA 的对称点 C , 关于 OB 的对称点 D , 连接 CD , 交 OA 于 E , 交 OB 于 F , 连接 OC, OD , 此时, $\triangle PEF$ 的周长最小. 因为点 P 与点 C 关于 OA 对称, 所以 $\angle COA = \angle AOP$, $PE = CE$, $OC = OP$, 同理可得 $\angle DOB = \angle BOP$, $PF = DF$, $OD = OP$, 所以 $\angle COA + \angle DOB = \angle AOP + \angle BOP = \angle AOB = \alpha$, $OC = OD = OP = 5$, 所以 $\angle COD = 2\alpha$. 又因为 $\triangle PEF$ 的周长为 $PE + EF + FP = CE + EF + FD = CD = 5$, 所以 $OC = OD = CD = 5$, 所以 $\triangle COD$ 是等边三角形, 所以 $2\alpha = 60^\circ$, 所以 $\alpha =$



30°. 故选 A.

7. 书 【解析】根据轴对称的知识可知这个单词是 BOOK, 这个单词所指的物品是书, 故答案为书.

8. $\frac{3}{2}$ 【解析】因为 $OA = OD$, $\angle AOC = \angle COD$, $AD = 3$, 所以 $OC \perp AD$, $AC = CD = \frac{1}{2}AD = \frac{3}{2}$. 因为 $\angle COD = \angle DOB$, $DB \perp OB$, $OC \perp AD$, 所以 $DB = DC = \frac{3}{2}$, 故答案为 $\frac{3}{2}$.

9. 20°或 70° 【解析】因为 $\angle BAC = 100^\circ$, 所以 $\angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$. 因为 $\angle ABC = 3\angle ACB$, 所以 $\angle ABC = 60^\circ$, $\angle ACB = 20^\circ$, 易得点 D 不可能在线段 AB 上. 如图 (1), 当 D 在 BA 的延长线上时, 因为 $AD = AC$, 所以 $\angle ACD = \angle ADC$. 因为 $\angle ACD + \angle ADC = 180^\circ - \angle CAD = \angle BAC = 100^\circ$, 所以 $\angle ACD = 50^\circ$, 所以 $\angle BCD = \angle ACB + \angle ACD = 70^\circ$. 如图 (2), 当 D 在 AB 的延长线上时, 因为 $AD = AC$, $\angle BAC = 100^\circ$, 所以 $\angle ADC = \angle ACD = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 100^\circ) = 40^\circ$, 所以 $\angle BCD = \angle ACD - \angle ACB = 40^\circ - 20^\circ = 20^\circ$. 综上, $\angle BCD$ 的度数是 20°或 70°. 故答案为 20°或 70°.

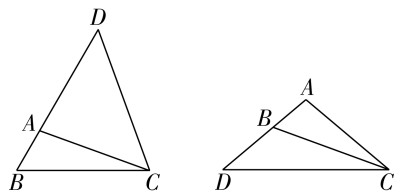


图 (1)

图 (2)

10. 32 【解析】过点 A_1 作 $A_1C \perp OB_1$ 交 OB_1 于点 C. 因为 $\triangle A_1B_1A_2$ 是等边三角形, 所以 $A_1A_2 = A_1B_1$, $\angle B_1A_1A_2 = 60^\circ$, 所以 $\angle OB_1A_1 = 180^\circ - \angle MON - \angle B_1A_1O = 180^\circ - 30^\circ - (180^\circ - 60^\circ) = 30^\circ = \angle MON$. 在 $\triangle A_1B_1C$ 和 $\triangle A_1OC$ 中, $\begin{cases} \angle OB_1A_1 = \angle MON, \\ \angle A_1CB_1 = \angle A_1CO = 90^\circ, \\ A_1C = A_1C, \end{cases}$ 所以 $\triangle A_1B_1C \cong \triangle A_1OC$, 所以 $A_1B_1 = OA_1 = 2$, 所以 $A_1A_2 = A_1B_1 = OA_1 = 2$. 同理可得 $A_2A_3 = A_2B_2 = OA_2 = 4$, $A_3A_4 = A_3B_3 = OA_3 = 8$, $A_4A_5 =$

排除点 D 在线段 AB 上的情况, 分两种情况: 当 D 在 BA 的延长线上时和当 D 在 AB 的延长线上时进行讨论即可.

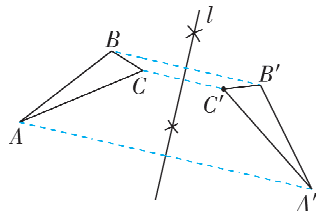
关键点拨

利用 AAS 得到 $\triangle BPE \cong \triangle BPD$, 得到 $BE = BD$, 再根据等量代换得到 $AE = CD$ 是解题关键.

$A_4B_4 = OA_4 = 16$, $A_5A_6 = A_5B_5 = OA_5 = 32$, 所以 $\triangle A_5B_5A_6$ 的边长为 32.

11. 【解】(1) 如图, 直线 l 即为所求.

(2) 如图, $\triangle A'B'C'$ 即为所求.



(3) 因为 $\angle A = 15^\circ$, $\angle C = 55^\circ$, 所以 $\angle B = 180^\circ - \angle A - \angle C = 110^\circ$. 因为 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 关于直线 l 对称, 所以 $\angle B' = \angle B = 110^\circ$. 故答案为 110.

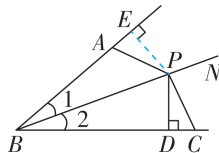
12. 【解】因为 $\triangle ACD$ 和 $\triangle BCE$ 都是等腰三角形, 所以 $AD = CD$, $EC = EB$, $\angle A = \angle DCA$. 因为 $\angle A = \angle CBE$, 所以 $\angle DCA = \angle CBE$, 所以 $CD \parallel BE$, 所以 $\angle DCE = \angle BEF$. 因为 $EF = AD$, 所以 $EF = CD$.

$$\text{在 } \triangle DCE \text{ 和 } \triangle FEB \text{ 中, } \begin{cases} CD = EF, \\ \angle DCE = \angle FEB, \\ EC = EB, \end{cases}$$

所以 $\triangle DCE \cong \triangle FEB$ (SAS), 所以 $DE = BF$.

13. 【解】(1) 因为每次撞击桌边时, 撞击前后的路线与桌边所成的夹角相等, 所以 $\angle PAD = \angle BAE$. 因为 $\angle PAD + \angle PAB + \angle BAE = 180^\circ$, $\angle PAD = 32^\circ$, 所以 $\angle PAB = 180^\circ - \angle PAD - \angle BAE = 180^\circ - 32^\circ - 32^\circ = 116^\circ$. (2) BC 与 PA 一定平行. 理由: 因为 $\angle PAD = \angle BAE$, $\angle PAB = 180^\circ - \angle PAD - \angle BAE$, 所以 $\angle PAB = 180^\circ - 2\angle BAE$. 同理可得 $\angle ABC = 180^\circ - 2\angle ABE$. 因为 $\angle BAE + \angle ABE = 90^\circ$, 所以 $\angle PAB + \angle ABC = 360^\circ - 2(\angle BAE + \angle ABE) = 180^\circ$, 所以 $BC \parallel PA$.

14. 【解】过点 P 作 $PE \perp BA$ 交 BA 延长线于点 E, 如图.



因为 $PD \perp BC$, $\angle 1 = \angle 2$, 所以 $PE = PD$. 因为 $\angle BEP = \angle BDP = 90^\circ$, $BP = BP$, $\angle 1 = \angle 2$, 所以 $\triangle BPE \cong \triangle BPD$ (AAS), 所以 $BE = BD$. 因为 $AB + BC = 2BD$, $BC = CD + BD$, $AB = BE - AE$,

所以 $AE = CD$, 所以 $\triangle PEA \cong \triangle PDC$ (SAS),
所以 $\angle PAE = \angle PCD$. 因为 $\angle BAP + \angle EAP = 180^\circ$, 所以 $\angle BAP + \angle BCP = 180^\circ$.

15. 【解】(1) 因为 $\angle BAC = 100^\circ$,
所以 $\angle B + \angle C = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$.
因为 DE 是 AB 的垂直平分线, MN 是 AC 的垂直平分线, 所以 $AE = BE, AN = CN$,
所以 $\angle EAB = \angle B, \angle NAC = \angle C$,
所以 $\angle EAB + \angle NAC = 80^\circ$,

关键点拨
熟练掌握线段的垂直平分线的性质和三角形三边关系是解题的关键.

所以 $\angle EAN = \angle BAC - (\angle EAB + \angle NAC) = 100^\circ - 80^\circ = 20^\circ$.
(2) 因为 $AE = BE, AN = CN$,
所以 $\triangle AEN$ 的周长为 $AE + AN + EN = BE + NC + EN = BC$.
因为 $AB = 2, AC = 3$, 所以 $1 < BC < 5$.
因为 $\triangle ABC$ 是不等边三角形, BC 边长为整数, 所以 $BC = 4$,
所以 $\triangle AEN$ 的周长为 4.

第六章 变量之间的关系

1 现实中的变量

刷基础

1. **D** 【解析】因为单价是不变的量, 而金额随着数量的变化而变化, 所以变量是金额和数量.
2. **B** 【解析】在圆的周长计算公式 $C = 2\pi R$ 中, C, R 是变量, $2, \pi$ 是常量.
3. **D** 【解析】木条 AC 绕点 A 自由转动至 AC' 的过程中, AC 的长度始终不变, 故 AC 的长度是常量, 而 $\angle BAC$ 的度数、 BC 的长度、 $\triangle ABC$ 的面积一直在变化, 均是变量.
4. **C** 【解析】因为空调的每小时用电量随设置温度的高低而变化, 所以自变量是设置温度, 故选 C.
5. **冰的厚度** 【解析】谚语“冰冻三尺非一日之寒”体现了冰的厚度随时间变化的一个变化过程, 在该变化过程中, 因变量是冰的厚度. 故答案为冰的厚度.
6. (1) 售出豆子的质量 总售价 售出豆子的质量 总售价 (2) 逐渐增大 (3) 5 【解析】(1) 题表中反映的是售出豆子的质量和总售价两个变量之间的关系, 其中售出豆子的质量是自变量, 总售价是因变量. 故答案为售出豆子的质量, 总售价, 售出豆子的质量, 总售价.
(2) 由题表可知, 随着售出豆子的质量逐渐增大, 总售价也逐渐增大. 故答案为逐渐增大.
(3) 由题表中的对应值可知, 当豆子售出 2.5 千克时, 总售价为 5 元. 故答案为 5.

归纳总结
(1) 自变量和因变量的区别: ① 自变量: 先发生变化或主动发生变化的量; ② 因变量: 后发生变化或随着自变量的变化而变化的量. (2) 自变量和因变量的联系: ① 两者都是某一变化过程中的变量; ② 两者根据研究的侧重点或先后顺序不同可以相互转化.

7. 【解】(1) 由题图可知自变量是温度 t , 因变量是水的密度 ρ .
(2) 由题图可知, 当温度在 $0 \sim 4^\circ\text{C}$ 时, 水的密度 ρ 逐渐增大; 当温度在 $4 \sim 15^\circ\text{C}$ 时, 水的密度 ρ 逐渐减小.

2 用表格表示变量之间的关系

刷基础

1. **C** 【解析】由题表可知, 用电量每增加 1 千瓦时, 电费增加 0.55 元, 故 A 选项正确; 若用电量为 8 千瓦时, 则应缴电费 $8 \times 0.55 = 4.4$ (元), 故 B 选项正确; 若应缴电费为 2.75 元, 则用电量为 $2.75 \div 0.55 = 5$ (千瓦时), 故 C 选项错误; 由题表知应缴电费随用电量的增加而增加, 故 D 选项正确. 故选 C.
2. **D** 【解析】没有加热时, 食用油的温度是 10°C , 故 A 正确; 每加热 10 s, 食用油的温度升高 25°C , 继续加热到 50 s, 预计食用油的温度是 135°C , 故 B 正确, D 不正确; 在这个过程中, 自变量为时间 t , 故 C 正确. 故选 D.
3. **D** 【解析】种子浸泡时间为自变量, 种子发芽率为因变量, 故 A 选项错误, 不符合题意; 随着种子浸泡时间的加长, 种子发芽率先提高, 后降低, 故 B、C 选项错误, 不符合题意; 由表格可以看出, 种子浸泡时间为 12 小时左右时, 发芽率较高, 所以种子浸泡时间为 12 小时左右比较适宜, 故 D 选项正确, 符合题意. 故选 D.
4. **增大 34.3** 【解析】由题表可知, 声速 y 随温度 x 的增大而增大. 当温度为 20°C 时, 声速